



Séquence 15 : Parallélogramme



I. Généralités

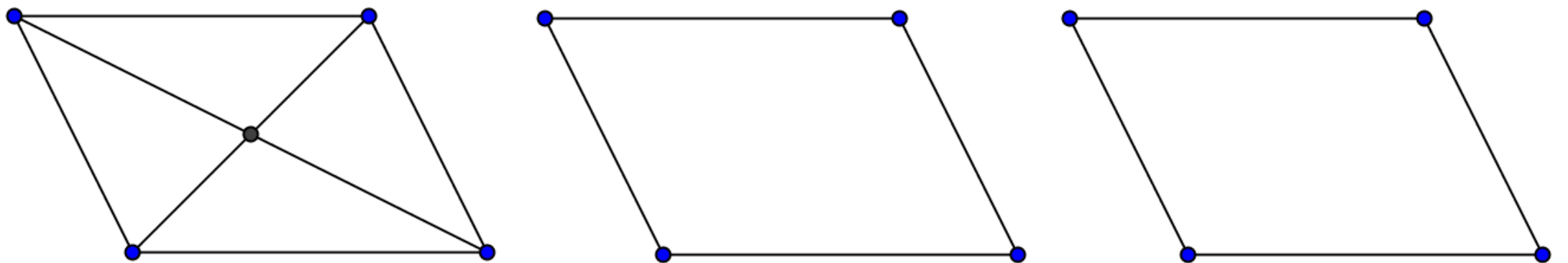
Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.

Propriété 1 : Un parallélogramme a un centre de symétrie qui est le point d'intersection des diagonales.

Propriété 2 : Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

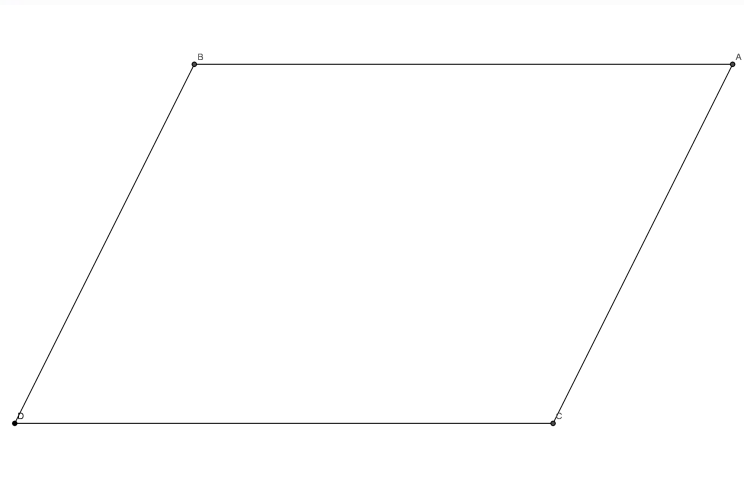
Propriété 3 : Les angles opposés d'un parallélogramme sont de même mesure.

Propriété 4 : Les côtés opposés d'un parallélogramme sont parallèles et de même longueur.



Propriété : Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.

Exemple :



Données : ABCD

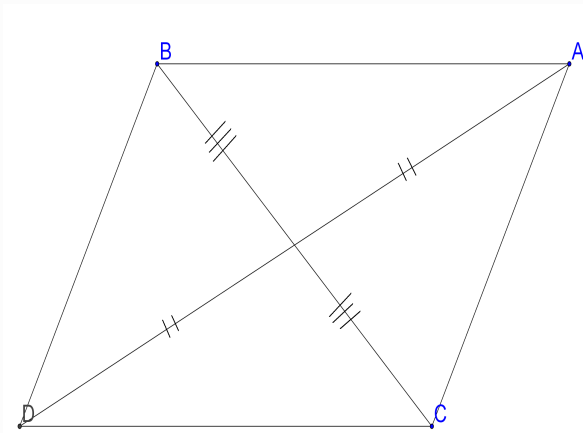
est un quadrilatère avec $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (BC)$.

Conclusion :

ABCD est un parallélogramme.

Propriété : Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu, alors c'est un parallélogramme.

Exemple :



Données : Les diagonales $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu

Conclusion : ABCD est un parallélogramme.



Propriété : Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Propriété : Si un quadrilatère non croisé a deux côtés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.



II. Parallélogrammes particuliers

Propriété : Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes particuliers :

- ▶ les côtés opposés sont parallèles et de même longueur
- ▶ les diagonales ont le même milieu qui est aussi un centre de symétrie
- ▶ les angles opposés ont la même mesure.



Propriétés sur les diagonales :

- ▶ Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses diagonales sont de même longueur.
- ▶ Si un quadrilatère est un losange, alors ses diagonales sont perpendiculaires.
- ▶ Si un quadrilatère est un carré, alors ses diagonales sont perpendiculaires et de même longueur.

Rectangle

Utiliser	Propriétés	Exemples
Un quadrilatère ayant 3 angles droits.	<u>Si</u> un quadrilatère a trois angles droits, <u>alors</u> c'est un rectangle.	$\widehat{DAB} = \widehat{ABC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$ donc ABCD est un rectangle.
Un parallélogramme ayant ses diagonales de même longueur.	<u>Si</u> un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, <u>alors</u> c'est un rectangle.	ABCD est un parallélogramme (ses diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu O) et $AC = BD$, donc ABCD est un rectangle.
Un parallélogramme ayant un angle droit.	<u>Si</u> un parallélogramme a un angle droit, <u>alors</u> c'est un rectangle.	ABCD est un parallélogramme (ses diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu O) et $\widehat{BCD} = 90^\circ$, donc ABCD est un rectangle.

Losange

Utiliser	Propriétés	Exemples
La définition d'un losange.	(définition) Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.	$AB = BC = CD = DA$ donc ABCD est un losange.
Un parallélogramme ayant ses diagonales perpendiculaires.	<u>Si</u> un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, <u>alors</u> c'est un losange.	ABCD est un parallélogramme (ses diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu O) et (AC) et (BD) sont perpendiculaires, donc ABCD est un losange.
Un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur.	<u>Si</u> un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, <u>alors</u> c'est un losange.	ABCD est un parallélogramme (ses diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu O) et $AB = BC$, donc ABCD est un losange.



Carré

Utiliser	Définition	
La définition d'un carré	Un carré est un quadrilatère qui est à la fois un rectangle et un losange.	$ABCD$ est un rectangle et $ABCD$ est un losange, donc $ABCD$ est un carré.

En résumé :

